PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer Semestre 2002

MAT 1408 ∗ GUIA N°3

1. Resolver las siguientes ecuaciones en $\mathbb{R}$.

   a) $|x^2 - 5x + 1| = 2$.

   b) $|x^2 + 1| = |2x|$.

   c) $|x + 2| - |5 - x| = 0$.

   d) $|x - 2| = -(x^2 + 1)$.

2. Resolver las siguientes inecuaciones con valor absoluto en $\mathbb{R}$.

   a) $x - |x| > 2$.

   b) $|x + 3| \geq 2$.

   c) $|x - 4| > x - 2$.

   d) $|x + 2| > |3 - x|$.

   e) $|x - 7| < 5 < |5x - 25|$.

3. Resolver las siguientes inecuaciones en $\mathbb{R}$.

   a) $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x + 6} < 3$.

   b) $\dfrac{x^2 - 5x + 4}{x - 3} < 0$.

   c) $\dfrac{x^2 - 6x + 7}{x - 2} > 0$.

   d) $\dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 3x + 2} > \dfrac{x}{x^2 - 3x + 2}$.

   e) $x(x^4 - 7x^2 + 12) > 0$.

   f) $1 + \dfrac{6}{x^2 + 3x + 2} > \dfrac{6}{x + 2}$.

g) $\dfrac{2x-25}{x^2+2x-3}+\dfrac{2x+11}{x^2-1}>\dfrac{2}{x+3}$.

h) $\dfrac{x^4-49x+96}{x^2-7x+12}>7$.

i) $|x^2-x|+x>1$.

j) $\left|\dfrac{x+2}{3-x}\right|<1$.

k) $\left|\dfrac{x^2-x}{x^2-4}\right|<1$.

l) $\left|\dfrac{x^2-2x+3}{x^2-5x+6}\right|>\dfrac{1}{5}$.

ll) $\sqrt{x+6}-\sqrt{x+1}>\sqrt{2x-5}$.

m) $|3x+2|\leq|x+1|+|2x+1|$.

n) $2x-1>\sqrt{x^2-3x+2}$.

o) $8x-3<\sqrt{(x-6)(x-9)}$.

p) $\sqrt{x-1}+\sqrt{x-4}<3$.

q) $\sqrt{x^2+51}-\sqrt{(x-5)(x-7)}>4$.

r) $\sqrt{(x-2)}-\sqrt{(x-6)}<8$.

4. Encontrar los valores de $a\in\mathbb{R}$ tales que

$$\forall x\in\mathbb{R}(ax^2-a(a-1)x+2a<0).$$

5. ¿Para qué valores de $a\in\mathbb{R}$, la ecuación $(1-a)x^2+x+(1-a)=0$ tiene sus soluciones reales e iguales?.

6. ¿Para qué valores de $a\in\mathbb{R}$ se tiene que:

$$\forall x\in\mathbb{R}((a-1)x^2+2(a-3)x+a>3)?$$

7. Determinar los valores de $a\in\mathbb{R}$ de modo que el número 3 esté, entre las raíces de la ecuación

$$4x^2-(a+1)x+2-a=0$$

8. ¿Para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la ecuación $(1-a)x^2 + x + (1-a) = 0$ tiene una única solución real?

9. De todos los triángulos rectángulos de igual hipotenusa, determinar el triángulo de área máxima.

10. Determinar los coeficientes $a, b, c \in \mathbb{R}$ del trimonio $ax^2 + bx + c$ para que él se anule en $x = 8$ y tenga un máximo igual a 12 en $x = 6$.

11. Dadas las siguientes relaciones R, graficarlas y determine en cada caso el dominio y el recorrido.

    (a) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, \mid x \mid > y\}$

    (b) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, \mid x \mid + \mid y \mid \leq 2\}$

    (c) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, x^2 + y^2 \leq 1\}$

    (d) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, \sqrt{x} > y\}$

    (e) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, \mid x \mid + y \geq 1\}$

    (f) $R = \{(x, y) \notin \mathbb{R}^2 \,/\, y^2 \leq x + 1\}$

    (g) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, \mid x \mid + \mid y \mid > 2\}$

    (h) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, x^2 > y \wedge x > 0\}$

    (i) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, x^2 + y^2 \leq 1 \wedge x < 1/2\}$

    (j) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, x^2 < y \wedge y - 3 \leq x\}$