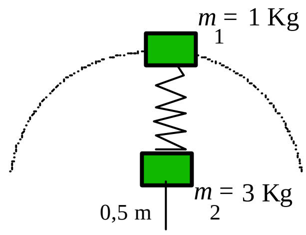
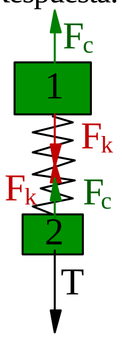
Ciudad Universitaria: 1998 (primer cuatrimestre).

1) El sistema de la figura gira en una mesa horizontal con rozamiento despreciable, de modo que los cuerpos se hallan alineados con el centro y unidos entre si por un resorte de constante elástica 1000 N/m y cuya longitud en reposo es de 20 cm. Calcular la fuerza elástica cuando ambos cuerpos giran 2 vueltas por segundo. a) 920 N b) – 920 N c) 920 d) 629 e) – 629 N f) 629 N g) ninguna.



Respuesta: Primeramente aclaremos que 2 vueltas por segundo indica que la frecuencia de giro (f) es 2 Hz.



Ubiquemos, ahora, las fuerzas correspondientes sobre cada uno de los cuerpos (figura izquierda). Como el sistema no se mueve en esa dirección, la sumatoria de las fuerzas nos dará cero.

Para el cuerpo 2: $T - F_k - F_c = 0$. Como no sabemos el valor de la Tensión (T) ni de la fuerza elástica (F_k) desechamos esta ecuación pues al tener dos incógnitas no nos sirve.

Para el cuerpo 1: $F_k - F_c = 0$. Despejemos la fuerza centrífuga (F_c) generada por el giro, $F_c = F_k$. Recordando que en el M.C.U. la fuerza es igual a: $F_c = m.\omega^2.r$ y como $\omega = 2\pi.f$ tenemos que $F_c = m.(2\pi.f)^2.r$

Como la masa que tratamos es la del cuerpo 1, utilizaremos su masa.

El radio de giro abarca la soga y el resorte estirado: $r = 0,5 + 0,2 + \Delta x = 0,7 + \Delta x$

De esa manera tenemos que: $F_k = m_1 . (2\pi.f)^2. (0,7 + \Delta x)$*

Aún no podemos hallar F_k pues desconocemos Δx; como $F_k = - k\,\Delta x$, reemplacemos y averigüemos Δx primero.

$$- k\,\Delta x = m_1 . (2\pi.f)^2. (0,7 + \Delta x) \Rightarrow - 1000\ \text{N/m}\ \Delta x = 1\ \text{Kg}\ (2\pi\ 2\text{Hz})^2\ (0,7 + \Delta x)$$

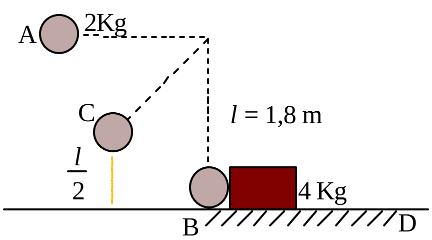
(despejando y operando matemáticamente) $\Delta x = \dfrac{(4\pi)^2 .0,7}{-(4\pi)^2 - 1000}\ \text{m} = - 0,09564\ \text{m}$

Podemos hallar el valor de la fuerza elástica: $F_k = - 1000\ \text{N/m} . (- 0,09564\ \text{m}) \Rightarrow F_k = 95,64\ \text{N}$

La opción correcta es, entonces, g).

* El valor del radio de giro es $0,7 + \Delta x$ por que la fuerza centrípeta estira al resorte y la reacción a dicha tracción da como resultado la fuerza elástica.

2) Un péndulo de masa m = 2 kg. Se suelta desde la posición A. Cuando llega a la posición B choca contra un bloque de masa M = 4 kg. Tal que el péndulo retrocede a la posición C, mientras que el bloque se desplaza sobre un plano horizontal con rozamiento de coeficiente $\mu = 0,2$. Calcular la distancia que recorre hasta detenerse el bloque M. a) 10 m b) 8,5 m c) 6 m d) 5 m e) 50 m f) 4 m g) ninguno.



Respuesta: En este problema tenemos tres temas distintos a) la caída del cuerpo, b) el choque y c) el desplazamiento del bloque.

a) La caída del cuerpo: En la posición A, al “soltar al cuerpo” sabemos que la energía cinética del sistema es cero, además que la energía potencial del sistema es: $E_p = 2\ \text{Kg}.10\ \text{m/seg.}^2.1,8\ \text{m} = 36\ \text{J}$. La energía mecánica del sistema será pues de 36 J.

En la posición B la energía potencial es nula por lo tanto $E_m = E_c$ lo que nos permite hallar la velocidad del péndulo en esa posición. $36\ \text{J} = \frac{1}{2} 2\ \text{Kg}\, v^2 \Rightarrow v = 6\ \text{m/seg.}$

b) Analicemos el choque. Como colisionan ambos cuerpos y salen disparados con sentidos opuestos, evidentemente estamos frente a un choque elástico. Necesitamos saber con que velocidad se desplaza el péndulo, para ello podemos utilizar la altura en la que se detiene. La energía mecánica en este caso no es la misma del ítem a), pero es la misma para la posición B y C después del choque. En la posición C tendremos la energía potencial y en B la energía cinética cuyos módulos son iguales, así que: $\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}.g.h \Rightarrow v = \sqrt{2g.h} \Rightarrow v = \sqrt{2.10\frac{m}{seg^2}.0{,}9\,m} \Rightarrow v = 4{,}24\frac{m}{seg}$

Tenemos las velocidades de del péndulo antes y después de chocar, podemos hallar la velocidad con que sale despedido el otro cuerpo utilizando la ecuación de choque elástico.

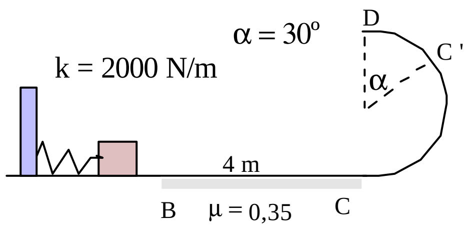
$M\ v_a + m\ v_b = M\ v'_a - m\ v'_b \Rightarrow$ 4 Kg 0 m/seg + 2 Kg . 6 m/seg = 4 Kg . v'_a – 2 Kg 4,24 m/seg (despejamos y operamos) v'_a = 5,12 m/seg.

c) Como en el segmento BD el cuerpo grande termina deteniéndose es lícito pensar que el trabajo de la fuerza de rozamiento será igual a la variación de energía cinética. De esa forma podremos calcular el desplazamiento del cuerpo.

$L_{Fr} = \Delta E_c \Rightarrow$ – 4 Kg 10 m/seg^2 . 0,2 . Δx = $\frac{1}{2}$ 4Kg [(0 m/seg)^2 – (5,12 m/seg)^2] $\Rightarrow \Delta x$ = 6,55 m

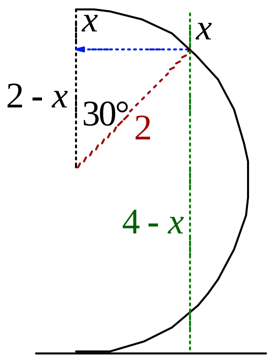
Por aproximación la respuesta correcta es la c).

3) Una caja de 0,4 Kg. se va a desplazar al ser impulsada por el resorte de constante k pasando luego por una zona rugosa, alcanzando justo la posición D, punto más alto de una semicircunferencia de 2 m. de radio. Determinar la fuerza de contacto que la semicircunferencia ejerce sobre la caja en la posición C.

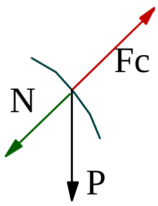


a) 16,6 N b) 5,12 N c) 1,6 N d) 0,16 N e) 0,016 N f) 0 N g) ninguna es correcta.

Respuesta: Según los datos del problema el cuerpo se detiene justo en la posición D, en esa posición la energía mecánica del sistema estará determinada, pues, por la energía potencial. $E_m = E_p$ = m . g . h = 0,4 kg 10 m/seg^2 . 4 m = 16 J



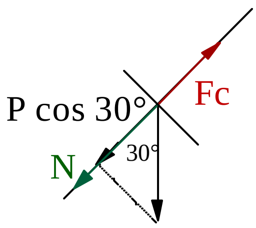
En el punto C tenemos energía cinética (al moverse el cuerpo, hay velocidad) y energía potencial. El sistema es conservativo, así que, si hallamos la energía potencial y se la restamos a la mecánica hallaremos la energía cinética. De ella extraemos la velocidad y con la velocidad podemos encontrar la fuerza centrífuga que oprime a la semicircunferencia en ese punto.



Para hallar la altura, utilicemos trigonometría en el triángulo rectángulo de la figura izquierda, donde la hipotenusa es 2, el cateto adyacente es 2 – x y el ángulo es 30°. Apliquemos el coseno para hallar x.

$$\cos 30° = \frac{2-x}{2} \Rightarrow x = 2 - 2\cos 30 \Rightarrow x \approx 0{,}268$$

La altura en el punto C es 4 – 0,268 = 3,732 m.



La energía potencial es E_p = 0,4 Kg. 10 m/seg^2 . 3,732 m $\Rightarrow E_p$ = 14,93 J

Para hallar la energía cinética: $E_c = E_m - E_p$ = 16 J – 14,93 J = 1.072 J

Determinemos la velocidad : $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2.(1{,}072\ J)}{0{,}4\ kg}}$ =2,315 m/seg^2

La fuerza centrífuga es de: $F_c = m.\frac{v^2}{r} = 0{,}4.\frac{(2{,}315\ m/seg^2)^2}{2} = 1{,}0718\ N$

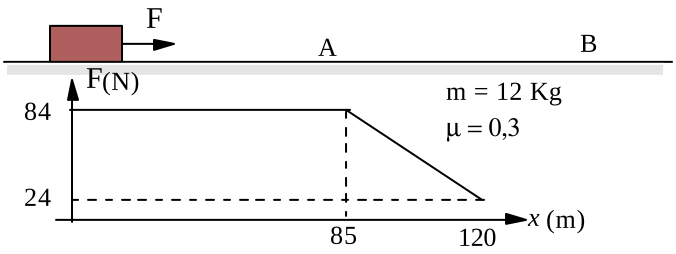
Para hallar la fuerza de contacto, la normal en este caso, tenemos que tener en cuenta la proyección del peso del cuerpo sobre el eje en que se hallan las otras dos fuerzas. En este eje el sistema no se mueve, así que la sumatoria de las fuerzas es cero.

F_c – P cos 30° – N = 0 (despejemos N) N = F_c – P cos 30° = 1,0718 N – 4 N cos 30°

N = 1,0718 N – 11,676 N = – 10,604 N *

* Debido a este resultado podemos formular que el problema estuvo mal formulado y el cuerpo jamás llegaría a la posición D.

4) Dado un cuerpo de masa m sobre el cual se aplica una fuerza F horizontal (de módulo variable con la posición); se sabe que el cuerpo está en reposo en la posición O, y se supone que sólo hay rozamiento en el tramo OA. Calcular la velocidad que tiene el cuerpo al pasar por la posición A. a) 15 m/s b) 18,8 m/s c) 1,88 d) 1,6 e) 26 m/s f) 26 N g) ninguna es correcta.

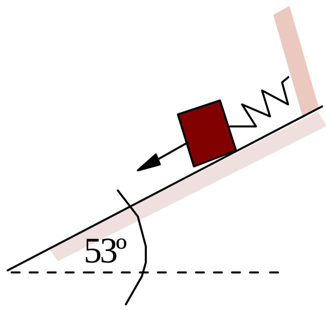


Respuesta: En el segmento OA la fuerza es constante, se ve claramente en el gráfico entre las posiciones 0 y 85. Podemos suponer que son las posiciones correspondientes, respectivamente, a O y A. La fuerza resultante será la diferencia entre la fuerza aplicada y la de rozamiento. Podemos calcular el trabajo de la fuerza resultante: $L = \Sigma F. \Delta x = (84 \text{ N} - 120 \text{ N} . 0{,}3) . 85 \text{ m} = 4080 \text{ J}$

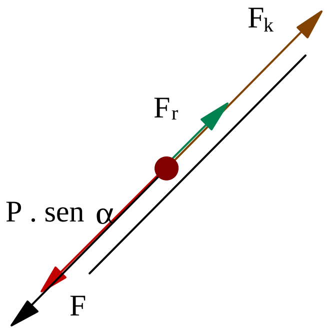
Como el trabajo mecánico es igual a la variación de energía cinética, podemos hallar la velocidad en A. $L = \Delta E_c \Rightarrow 4080 \text{ J} = \frac{1}{2} 12 \text{Kg} \left(v^2 - \left(0 \frac{m}{seg}\right)^2\right) \Rightarrow v = 26{,}08$ m/seg.

La opción correcta es la e).

5) En el sistema se aplica una fuerza exterior F, paralela al plano inclinado sobre el cuerpo de masa *m* que se encuentra inicialmente en reposo, hasta estirar el resorte al doble de su longitud natural (l_o), donde vuelve a detenerse. Calcular la fuerza aplicada sobre el bloque. a) 19,5 N b) 28 N c) 9,38 N d) 0 N e) –19,5 N f) –9,38 N g) – 28 N



Datos
$K = 290 \text{ N.m}^{-1}$
$l_o = 10$ cm
m = 100 g
$\mu_e = 0{,}5$
$\mu_d = 0{,}3$



Respuesta: Como se "estira" el resorte la fuerza aplicada va en el mismo sentido que la proyección del peso sobre el eje de movimiento (P.sen α), cuyo valor es igualado por la suma de las otras tres fuerzas cuando vuelve a detenerse. Sobre el sistema actúa una fuerza de rozamiento (estática), cuya dirección va en contra del movimiento (hacia arriba). Finalmente tenemos la fuerza elástica producida por el estiramiento del resorte, donde el estiramiento ($\Delta x = l_o = 10$ cm). Como el sistema llega al equilibrio, la sumatoria de fuerzas es igual a cero.

$F + P \text{ sen } \alpha - Fr - F_K = 0$ (suplantamos por las ecuaciones correspondientes)
$F + m . g . \text{sen } \alpha - \mu_e N - K \Delta x = 0$; Como $N = m. g. \cos \alpha$ (eje y) tenemos: $F - m. g. \text{sen } \alpha - \mu_e m. g. \cos \alpha + K \Delta x = 0$ (Suplantemos por los valores indicados en la figura del problema)
$F + 0{,}1 \text{ kg}. 10 \text{ m/seg}^2 \text{ sen } 53° - 0{,}5\ 0{,}1 \text{ kg}. 10 \text{ m/seg}^2 \cos 53° - 290 \text{ N/m } 0.1 \text{ m} = 0$
$F - 28{,}502272 \text{ N} = 0$ (despejamos y redondeamos) F = 28,5 N
Por aproximación la respuesta correcta es b)

6) Una partícula de masa M unida al extremo libre de una barra rígida de masa despreciable y de longitud L_o gira por medio de un motor en un plano vertical con velocidad angular constante ω, sin rozamiento. Establecer la variación de la cantidad de movimiento al realizar una vuelta completa.

a) 0 kg. m/s b) –M w L c) M w L d) w^2 L e) – w^2 L f) M w L^2 g) Ninguna es correcta

Respuesta: Denominamos cantidad de movimiento al producto entre la masa y la velocidad que ésta lleva en determinado momento. La variación de la cantidad de movimiento se debe a la variación de velocidad (en este caso tangencial), ya que la masa es una constante. En este caso el módulo de la velocidad es constante (ya que la velocidad angular lo es). Por lo tanto la variación de cantidad de movimiento es nula. La respuesta correcta es a).

7) Se dispone de un disco circular en un plano horizontal y sobre él a 20 cm de su centro se encuentra colocado un cuerpo de 5 Kg. de masa. Entre el disco y el cuerpo el coeficiente estático de rozamiento es 0,2 y el dinámico es 0,1. Calcular el trabajo que realiza la fuerza de contacto cuando ha recorrido media circunferencia. a) 10 N.m b) 2 N.m c) 1 N.m d) 0 N.m e) –1 N.m f) –2 N.m g) –10 N.m

Respuesta: El trabajo mecánico es el producto escalar entre una fuerza aplicada y el desplazamiento del cuerpo. $L = |F| \cdot |r| \cdot \cos\alpha$. La fuerza de contacto entre el disco y la superficie es normal (perpendicular) al desplazamiento, o sea que el ángulo formado es de 90°. El cos 90° = 0, por lo tanto, el trabajo realizado por la fuerza de contacto es cero. La respuesta correcta es d).

8) En su última etapa un cohete viaja a 7600 m/s. Su masa total es de 440 Kg. En un instante dado la cápsula de carga se separa de la cámara del cohete y comienzan a viajar separadamente, tal que la cápsula de carga viaja a una velocidad 910 m/s superior a la velocidad respectiva de la cámara del cohete de masa 290 Kg. Calcular la variación de energía cinética del cohete.

a) $4{,}1\ 10^7$ N.m b) $4{,}1.10^9$ N.m c) $4{,}1\ 10^5$ N.m d) $4{,}1\ 10^{11}$ N.m e) $4{,}1\ 10^3$ N.m f) $4{,}1\ 10^{13}$ N.m g) 0 N.m

Respuesta: Para calcular la variación de energía cinética debemos calcular la variación de la cantidad de movimiento antes y después de la separación del módulo del cohete. Escribamos las ecuaciones correspondientes: 440 kg. 7600 m/s = (440 – 290) kg. (v + 910 m/seg) + 290 kg. v
Realizando los despejes correspondientes y operando matemáticamente tenemos que la velocidad de la cámara del cohete es v = 7289,772727 m/seg.
La variación de energía cinética para la cámara del cohete es de: 0,5 . 440 kg. (7600 m/seg)^2 – 0,5. 290 kg. (7289,773 m/seg)^2 = 5,0018 . 10^9 N. M *
La velocidad de la cápsula de viaje es de: (7289,773 + 910) m/seg = 8199,773 m/seg
La variación de la energía cinética para la cápsula de carga es de: 0,5 . 440 kg. (7600 m/seg)^2 – 0,5. 150 kg. (8199,773 m/seg)^2 = 7,66 10^9 N.m
Orientados por el resultado * nos conviene elegir la opción b.

9) Se lanza una pelota de 0,2 Kg. con una velocidad inicial de 25 m/s formando un ángulo de 53º, hacia arriba respecto a la horizontal. Establecer la posición en que la pelota tiene energía cinética mínima.

a) cuando parte del piso
b) cuando recorrió ¼ de la altura máxima
c) a la mitad de la altura máxima
d) cuando recorrió ¾ de altura máxima
e) en la altura máxima
f) al regresar al piso
g) nunca tiene energía cinética mínima.

Respuesta: Para que el sistema tenga la energía cinética mínima el módulo de la velocidad debe ser el menor posible. En un tiro oblicuo la velocidad horizontal es constante, por lo tanto debemos analizar la velocidad vertical. Esta velocidad tiene su mínimo valor (cero) en la posición más alta del tiro. En la altura máxima tenemos el menor valor de velocidad y por consiguiente el menor valor en la energía cinética. La opción correcta es la e.

10) Establecer la respuesta correcta siguiente:

a) En un movimiento circular uniforme horizontal, sin rozamiento, el módulo de la velocidad tangencial es constante.
b) En un movimiento con rozamiento tangencial el módulo de la velocidad tangencial es constante.
c) En el péndulo ideal la velocidad tangencial aumenta con el aumento del ángulo con la vertical.
d) En un movimiento circular uniforme puede existir aceleración tangencial.
e) Un movimiento circular puede estar no acelerado
f) En todo movimiento circular uniforme existen 2 aceleraciones distintas de cero.
g) En un péndulo ideal la velocidad tangencial es constante.

Respuesta: En el movimiento circular uniforme el módulo de la velocidad (tangencial o angular) es siempre constante, no importa el plano de giro. Existe una única aceleración que no es nula (aceleración normal o centrípeta). En el caso del péndulo, la velocidad tangencial no es constante. Si apartamos al péndulo de la posición más baja (posición vertical del hilo), aumenta la energía mecánica del sistema. A mayor altura, mayor será la energía potencial. Al aumentar su altura aumenta el ángulo con la vertical (elongación). Al aumentar la energía potencial, mayor será la energía cinética en la posición más baja del péndulo. Implica que la velocidad tangencial en ese punto será mayor. La única opción correcta es la c.