



Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Chile

Control 1 ALGEBRA MA-11A 1999

P1.-

(a) (2 pts.) Determine el valor de verdad de las proposiciones p, q, r, s sabiendo que la proposición

$$(s \Rightarrow (\bar{r} \vee r)) \Rightarrow ((\overline{p \Rightarrow q}) \wedge s \wedge \bar{r})$$

es verdadera.

(b) (2 pts.) Sean A, B, C, D subconjuntos de un mismo universo U . Probar que

$$(B \setminus A) \subseteq C \Rightarrow (D \setminus C) \subseteq (D \setminus B) \cup A$$

(c) (2 pts.) Sean A, B subconjuntos de un mismo universo U . Probar que

$$A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \{\emptyset\}$$

P2.- Sean $f : E \rightarrow F$ y $g : F \rightarrow G$ funciones (no necesariamente biyectivas).

(a) (3 pts.) Sea $A \subseteq G$. Probar que

$$(g \circ f)^{-1}(A) = f^{-1}(g^{-1}(A))$$

(b) (3 pts.) Sea $B \subseteq F$. Probar que

$$f(f^{-1}(B)) = B \cap f(E)$$

observación: notar que son propiedades de pre-ímagenes e imágenes.

P3.-

(a) Sean $f : A \rightarrow A$ y $g : A \rightarrow A$ funciones. Probar que si g es biyectiva entonces se tiene,

(a.1) (1.5 pts.) f es inyectiva $\Leftrightarrow f \circ g$ es inyectiva.

(a.2) (1.5 pts.) f es sobreyectiva $\Leftrightarrow g \circ f$ es sobreyectiva.

(b) Sea $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida en cada $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ por $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$.

(b.1) (1 pto.) Demostrar que $f(\mathbb{R} \setminus \{2\}) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

(b.2) (1 pto.) Demostrar que f es inyectiva.

(b.3) (1 pto.) Se define una nueva función $g : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\}$ tal que en cada $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ se tiene $g(x) = f(x)$. Pruebe que g es biyectiva y calcule su inversa.

3 horas