4. Considere la función $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{2x-5}}$. a) Encuentre explícitamente el dominio de f. b) Suponga que $1+h$ pertenece al dominio de f y calcule $\frac{f(1+h)-f(1)}{(1+h)-1}$.

   Respuesta.

   a) $Dom(f) = \{x \in \Re / \frac{x-3}{2x-5} \geq 0\}$.Por tanto debemos resolver la inecuación $\frac{x-3}{2x-5} \geq 0$ para encontrar el dominio. En este caso los valores críticos son 3 y $5/2$, de los cuales sólo 3 está en el dominio.Considerando los intervalos de prueba $(-\infty, 5/2)$;$(5/2, 3)$ y $(3, \infty)$ y seleccionando un valor de prueba en cada uno de ellos obtenemos como $Dom(f) = (-\infty, 5/2) \cup [3, \infty)$.

5. Demuestre que si ,$|-a+4| < \frac{1}{3}$, entonces $\left|3a - \frac{1}{2}\right| > \frac{21}{2}$.

   Demostración.

   $$-\frac{1}{3} < -a+4 < \frac{1}{3} \Leftrightarrow |-a+4| < \frac{1}{3}$$

   $$-4-\frac{1}{3} < -4-a+4 < -4+\frac{1}{3} \Leftrightarrow |-a+4| < \frac{1}{3}$$

   $$-\frac{13}{3} < -a < \frac{-11}{3} \qquad \text{;(multiplicando por -1)} \Leftrightarrow |-a+4| < \frac{1}{3}$$

   $$\frac{13}{3} > a > \frac{11}{3} \qquad \text{; (multiplicamos por 3)} \Leftrightarrow |-a+4| < \frac{1}{3}$$

   $$13 > 3a > 11 \text{ ;(sumamos -1/2)} \Leftrightarrow |-a+4| < \frac{1}{3}$$

   $$13-\frac{1}{2} > 3a-\frac{1}{2} > 11-\frac{1}{2} \Leftrightarrow |-a+4| < \frac{1}{3}$$

   $$\frac{25}{2} > 3a-\frac{1}{2} > \frac{21}{2} \Longrightarrow \left|3a-\frac{1}{2}\right| > \frac{21}{2}.$$

6. Determine el valor de k para que la pendiente de la recta que pasa por los puntos A(k,3) y B(6,-3) sea igual al radio de la circunferencia de ecuación $x^2+4x+y^2-2y-4=0$.

   Solución.

   La expresión $x^2+4x+y^2-2y-4 = (x-2)^2+(y-1)^2 = 3^2$. Por tanto el radio de la circunferencia es 3. Entonces k debe satisfacer la relación $\frac{-3-3}{6-k} = 3 \Longleftrightarrow -6 = 18-3k \Longleftrightarrow k = 8$.

7. Sea $f(x) = 4-x$ con $x \in [-2, 6)$ y $g(x) = 3-x^2$ con $x \in (1, 10)$. Hallar Dom$(g \circ f)$.