

GUIA DE EJERCICIOS INECUACIONES

1) INECUACIONES DE PRIMER GRADO

- a) $(x - 2)^2 > (x + 2) \cdot (x - 2) + 8$ R. $] -\infty, 0 [$
 b) $(x - 1)^2 < x(x - 4) + 8$ R. $] -\infty, 7/2 [$
 c) $3 - (x - 6) \leq 4x - 5$ R. $[14/5, +\infty [$
 d) $\frac{3x - 5}{4} - \frac{x - 6}{12} < 1$ R. $] -\infty, 21/8 [$
 e) $1 - \frac{x - 5}{9} < 9 + x$ R. $] -67/10, +\infty [$
 f) $\frac{x + 6}{3} - x + 6 \leq \frac{x}{15}$ R. $[120/11, +\infty [$

g) Determine en cada uno de los siguientes ejercicios el intervalo real para x, tal que cada expresión represente un número real.

- i) $\sqrt{x+5}$ R. $[-5, +\infty [$
 ii) $\frac{2}{\sqrt{x+6}}$ R. $] -6, +\infty [$
 iii) $\frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x-1}}$ R. $[-1, 1 [\cup] 1, +\infty [$

2) INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

- a) $x^2 \geq 16$ R. $\mathbb{R} -] -4, 4 [$
 b) $9x^2 < 25$ R. $] -5/3, 5/3 [$
 c) $36 > (x - 1)^2$ R. $] -5, 7 [$
 d) $(x + 5)^2 \leq (x + 4)^2 + (x - 3)^2$ R. $\mathbb{R} -] 0, 8 [$
 e) $x(x - 2) < 2(x + 6)$ R. $] -2, 6 [$
 f) $x^2 - 3x > 3x - 9$ R. $\mathbb{R} - \{3\}$
 g) $4(x - 1) > x^2 + 9$ R. \emptyset
 h) $2x^2 + 25 \leq x(x + 10)$ R. $\{5\}$
 i) $1 - 2x \leq (x + 5)^2 - 2(x + 1)$ R. \mathbb{R}
 j) $3 > x(2x + 1)$ R. $] -3/2, 1 [$
 k) $x(x + 1) \geq 15(1 - x^2)$ R. $\mathbb{R} -] -1, 15/16 [$
 l) $(x - 2)^2 > 0$ R. $\mathbb{R} - \{2\}$
 m) $(x - 2)^2 \geq 0$ R. \mathbb{R}
 n) $(x - 2)^2 < 0$ R. \emptyset
 o) $(x - 2)^2 \leq 0$ R. $\{2\}$

p) Determine en cada uno de los siguientes ejercicios el intervalo real para x tal que:

- i) $\sqrt{x^2+1} \in \mathbb{R}$ R. $]-\infty, +\infty[$
 ii) $\sqrt{x^2+4x+4} \in \mathbb{R}$ R. $]-\infty, +\infty[$
 iii) $\frac{1}{\sqrt{x^2-x}} \in \mathbb{R}$ R. $\mathbb{R} - [0, 1]$
 iv) $\sqrt{x^2-6x-7} \notin \mathbb{R}$ R. $]-1, 7[$

3) INECUACIONES CON VARIABLE EN EL DENOMINADOR.

- 3.1) $\frac{x}{x-1} > 0$ R. $\mathbb{R} - [0, 1]$
 3.2) $\frac{x+6}{3-x} < 0$ R. $\mathbb{R} - [-6, 3]$
 3.3) $\frac{x}{x-5} - 2 \geq 0$ R. $[5, 10]$
 3.4) $\frac{2x-1}{x+5} > 2$ R. $]-\infty, -5[$
 3.5) $\frac{x-1}{x+5} > 2$ R. $]-11, -5[$
 3.6) $\frac{1}{x-3} \leq 0$ R. $]-\infty, 3[$
 3.7) $\frac{x-1}{x+1} \geq 0$ R. $\mathbb{R} - [-1, 1[$
 3.8) $\frac{-1}{x} > 2$ R. $]-1/2, 0[$
 3.9) $\frac{x}{x-3} \leq \frac{x}{x+1}$ R. $]-\infty, -1[\cup [0.5[$
 3.10) $\frac{x^2+2}{x+3} > x$ R. $\mathbb{R} - [-2/3, 3]$
 3.11) $\frac{x^2}{x-3} \geq x+1$ R. $\mathbb{R} -]-3/2, 3]$
 3.12) $\frac{x^2-4}{x+6} \geq 0$ R. $]-6, -2] \cup [2, +\infty[$
 3.13) $\frac{(x+1)(x-7)}{(x-1)(x-6)(x+3)} > 0$ R. $]-3, -1[\cup]1, 6[\cup]7, +\infty[$
 3.14) $\frac{4}{x^2} \leq 1$ R. $\mathbb{R} -]-2, 2[$

- 3.15) $\frac{x^2+1}{x-5} < 0$ R. $] -\infty, 5 [$
- 3.16) $3(x+3) \geq 2(1-\frac{1}{x})$ R. $] -2, -1/3] \cup] 0, +\infty [$
- 3.17) $x-4 < \frac{5}{x}$ R. $] -\infty, -1 [\cup] 0, 5 [$
- 3.18) $x + \frac{15}{x} \geq 8$ R. $] 0, 3 [\cup] 5, +\infty [$
- 3.19) $\frac{x^2+1}{x} \geq 1$ R. $] 0, +\infty [$
- 3.20) $3\left[\frac{1}{x}-3\right] > 5(x+1)$ R. $] -\infty, -3 [\cup] 0, 1/5 [$
- 3.21) $\frac{x}{x^2-1} < 0$ R. $] -\infty, -1 [\cup] 0, 1 [$
- 3.22) $x+20 > 1-\frac{84}{x}$ R. $] -12, -7 [\cup] 0, +\infty [$
- 3.23) $x + \frac{25}{x} < 10$ R. $] -\infty, 0 [$
- 3.24) $2x + \frac{9}{x} \geq x-6$ R. $] 0, +\infty [\cup \{-3\}$
- 3.25) $x + \frac{1}{2} > \frac{1}{x} + 2$ R. $] -1/2, 0 [\cup] 2, +\infty [$

3.26) Determine el intervalo real para x tal que:

h) $\sqrt{\frac{x-4}{x+5}} \in \mathbb{R}$

R. $\mathbb{R} -] -5, 4 [$

ii) $\sqrt{\frac{2x-1}{x-6}} \in \mathbb{R}$

R. $\mathbb{R} -] 1/2, 6 [$

4) MODULOS O VALOR ABSOLUTO.

4.1) Resuelva las siguientes inecuaciones:

- a) $|4x - 1| = 5$ R. $\{-1, 3/2\}$
 b) $\left|2 - \frac{x}{3}\right| = 2$ R. $\{0, 12\}$
 c) $\left|\frac{x+1}{x-5}\right| = 1$ R. $\{2\}$
 d) $\left|\frac{2x-3}{1-x}\right| = 2$ R. $\{5/4\}$
 e) $\left|\frac{3x}{4} - 1\right| = 4$ R. $\{-4, 20/3\}$
 f) $\left|\frac{4-x}{3x}\right| = 3$ R. $\{-1/2, 2/5\}$
 g) $\left|\frac{x^2}{x-1}\right| = 4$ R. $\{2, -2 + 2\sqrt{2}, -2 - 2\sqrt{2}\}$
 h) $|3x-1| + 4 = 0$ R. $\{\emptyset\}$

4.2) Resuelva cada una de las siguientes situaciones que se plantean:

- a) Si $2 > x > y$. Calcule el valor de "y" si: $|x - y| + |x - 2| = 3$.

R. $y = -1$.

- b) Si $y > x$; $|x^2 - y^2| = 27$; $|x + y| = 3$ ¿Cuál es el valor de "x - y"?

R. $x - y = 9$.

- c) Si $x > 1$ ¿Cuál es el valor de "x" en la ecuación:

$$|x^2 + 2x + 1| - |1 + x| - |1 - x| = 10$$

R. $\{-3, 3\}$.

- d) Si $3x + 15 = 0$. Determine el valor de:

i) $\frac{|x+5|}{|x-5|}$

ii) $|x| - \frac{|x-8||x+6|}{|1-2x|}$

R. 0


R. 42/11

4.3) Resuelva cada una de las siguientes inecuaciones:

- a) $|2x - 1| > 3$ R. $\mathbb{R} - [-1, 2]$
- b) $\left|3 - \frac{x}{2}\right|$ R. $[2, 10]$
- c) $\left|\frac{x}{5} - \frac{1}{2}\right| \geq 5$ R. $\mathbb{R} -]-45/2, 55/2[$
- d) $\left|1 - \frac{x}{3}\right| < 1$ R. $]0, 6[$
- e) $|x - 3| > -1$ R. $] - \infty, +\infty[$
- f) $|3 - 2x| < 0$ R. \emptyset
- g) $\left|\frac{2x-1}{x+3}\right| \leq 1$ R. $[-2/3, 4]$
- h) $|3 - 2x| < |x + 4|$ R. $] - 1/3, 7[$
- i) $\left|\frac{x+1}{x-2}\right| > 2$ R. $]1, 2[\cup]2, 5[$
- j) $\left|\frac{3x+5}{x}\right| \geq 2$ R. $] - \infty, -5] \cup [-1, 0[\cup]0, +\infty[$
- k) $\left|\frac{3x-1}{x+7}\right| < 3$ R. $] - 10/3, +\infty[$
- l) $\left|\frac{2x-1}{1+2x}\right| > 3$ R. $] - 1, -1/2[\cup]-1/2, -1/4[$
- m) $|2x+5| \geq |x+4|$ R. $\mathbb{R} -]-3, -1[$
- n) $\left|\frac{3x-5}{x-1}\right| \geq \frac{1}{2}$ R. $] - \infty, 1[\cup]1, 11/7] \cup [9/5, +\infty[$
- o) $\left|\frac{x-3}{5x}\right| < \frac{1}{3}$ R. $\mathbb{R} - [-9/2, 9/8]$

5) SISTEMAS DE ECUACIONES

a)
$$\begin{cases} x - 3 \leq 2 - \frac{x}{3} - \frac{3}{2} \\ \frac{x+2}{3} \geq 5x - 1 \end{cases}$$

R. $] - \infty, 5/14]$ 

- b)
$$\frac{3-x}{3} - 2 < \frac{4-2x}{2}$$

$$\frac{2-x}{5} \leq 3-x$$
- R. $] -\infty, 13/4 [$
- c)
$$\frac{x+3}{2} - 2x > \frac{5x-3}{3} - 2$$

$$\frac{x-2}{3} + 1 < \frac{x+3}{2} + x$$
- R. $] -1, 27/19 [$
- d)
$$\frac{4x-1}{3} - \frac{x}{2} \geq 5$$

$$\frac{x-5}{3} + \frac{x}{2} > 1$$
- R. $] 32/5, +\infty [$
- e)
$$3x-5 > \frac{x}{2} - 1$$

$$(x-6)^2 > (x+6)(x-6)$$
- R. $] 8/5, 6 [$
- f)
$$(x-3)^2 > (x+4)^2$$

$$(x+5)^2 > x(x-2)$$
- R. $] -25/12, -1/2 [$
- g)
$$x^2 - 4x - 21 > 0$$

$$4 - 2x < 14$$
- R. $] -5, -3 [\cup] 7, +\infty [$
- h)
$$x^2 \leq 9$$

$$x^2 + 2x < 14$$
- R. $[-3, -2 [\cup] 0, 3]$
- i)
$$x^2 + 2x - 15 \leq 0$$

$$x^2 - 8x + 12 \leq 0$$
- R. $[2, 3]$
- j)
$$2 - \frac{3+5x}{4} > x$$

$$x^2 - 3x - 10 \leq 0$$
- R. $[-2, 5/9 [$
- k)
$$|1-2x| < 4$$

$$x(1-x) \leq -2$$
- R. $] -3/2, -1 [\cup] 2, 5/2 [$
- l)
$$3x^2 + 2x - 15 \leq 0$$

$$x^2 - 8x + 12 \leq 0$$
- R. $[1, 7/3 [$

$$\text{m) } \begin{cases} 2 - \frac{3+5x}{4} > x \\ x^2 - 3x - 10 \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{R. }] -5, -2] \cup [2, 15[$$

$$\text{n) } \begin{cases} |x-2| > 3 \\ 2x-6 < 4 \end{cases}$$

$$\text{R. }] -\infty, -1 [$$

$$\text{o) } \begin{cases} |x+6| > 5 \\ |x-8| < 20 \end{cases}$$

$$\text{R. }] -12, -11 [\cup] -1, 28 [$$

$$\text{p) } \begin{cases} |x-3| < 5 \\ x^2 + 5x < 0 \end{cases}$$

$$\text{R. }] -5, 0 [$$

$$\text{q) } \begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0 \\ \left| 1 - \frac{x}{3} \right| > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{R. }] -3, 3/2 [$$

$$\text{r) } \begin{cases} |2x-1| \geq 3 \\ x^2 - 6x + 5 > 0 \end{cases}$$

$$\text{R. } \mathbb{R} -] -1, 5]$$

$$\text{s) } \begin{cases} |1-5x| \leq 2 \\ 4(x-3) < 7 \end{cases}$$

$$\text{R. }] 0, 3/5]$$

$$\text{t) } \begin{cases} (x-5)^2 - x^2 \geq 0 \\ \left| 2 - \frac{5x}{3} \right| > 1 \end{cases}$$

$$\text{R. }] -\infty, 3/5 [\cup] 9/5, 5/2]$$